

## 案例 1

位于河北省赵县的赵州桥，俗称大石桥，于公元600 年左右由隋朝工匠李春建造，是世界上现存最早的敞肩圆弧拱桥。桥梁全貌如图1 所示，桥身全长50.82 m，主孔净跨37.02 m，拱矢净高7.23 m，拱圈厚度 1.03 m，拱轴半径 27.28 m，中心张角为  $83^{\circ}24'24''$ ，拱桥由 28 道平行拱圈组成，每道拱圈宽约35 cm。经过1400 多年的风雨，历经多次地震、洪水和战争的考验，迄今依然完好，不得不说这是我国古代桥梁乃至工程史上的奇迹，充分体现了古人的智慧。



图 1 赵州桥全貌图

以下主要从材料力学的角度对赵州桥的设计作简单分析。

石桥为什么设计成拱形桥而不是直梁桥呢？假设桥梁承受均布载荷  $q = 27$  kN/m，若采用矩形截面直梁，力学模型如图 2(a)所示，梁的具体尺寸为：跨长  $l = 37.02$  m，横截面宽度和高度分别为  $b = 9.8$  m， $h = 1.03$  m，设石块的弹性模量  $E = 50$  GPa，抗弯刚度  $EI$ 。此结构为三次静不定问题，计算中忽略石块纵缝之间切应力的影响。跨中截面弯矩  $M$  最大，为危险截面，截面上的正应力分布如图 2(b) 所示，梁的下侧受拉上侧受压，最大拉压应力的绝对值相等。利用对称性，并借助变形协调条件跨中转角为零可得

$$\frac{q(l/2)^3}{6EI} - \frac{M(l/2)}{EI} = 0 \Rightarrow M = \frac{ql^2}{24} \quad (1)$$

跨中截面上的最大拉应力为：

$$\sigma_{t,\max} = \frac{M}{W_z} = \frac{ql^2}{4bh^2} = 0.889 \text{ MPa} \quad (2)$$

拱形桥的力学模型可简化为图3(a)，矢高 $H=7.23$  m，其他数据同直梁。借助于有限元软件 ANSYS，计算结果如图 3(b) 所示，最大拉应力发生在拱形桥

顶部的最下侧，其值 $\sigma_{t,max} = 0.149 \text{ MPa}$ ，可见此时的最大拉应力远低于直梁，拱形设计充分利用了岩石抗压不抗拉的力学性能，使得拱桥不容易破坏，提高了桥梁的使用寿命。

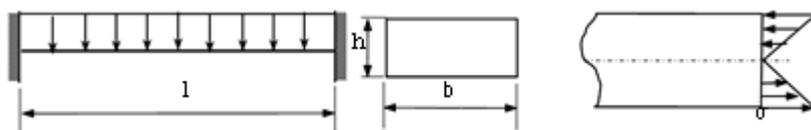


图 2 等直梁力学模型图

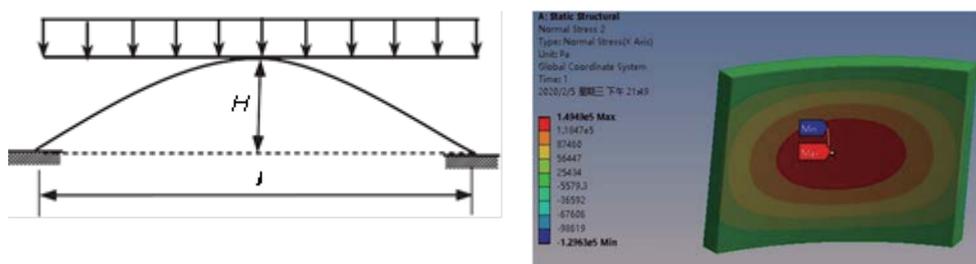


图 3 拱形桥力学模型图

另外指出，拱的上方为空腹这一设计理念也是非常合理的，一方面可以减小桥的自重，从而增加自身的承载能力，同时可增大泄洪的能力，减小河水对桥的侧向压力。

通过本案例的讲解，可以使同学们深刻理解材料的力学性质对桥梁设计的重要影响。石块是典型的抗压不抗拉的脆性材料，拱形桥充分体现了“才尽其用”的设计理念，完全符合现代拱桥设计原则。