

### 案例 3

如图 1 所示，有体重均为 800 N 的两人，需要通过一条河，河面上只有一条长度为 6 m 的独木桥。已知该独木桥的许可弯矩  $[M] = 600 \text{ N m}$ ，假设独木桥重量可以略去不计。试问：两人采取什么措施才能安全过河呢？

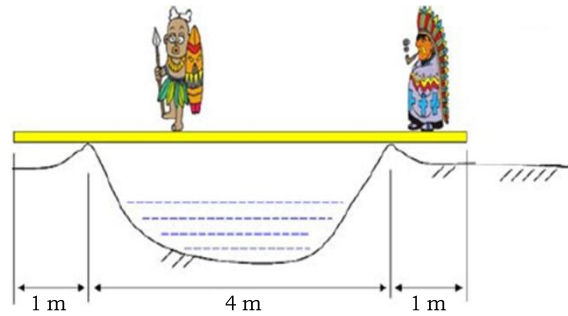


图 1 独木桥示意图

经分析可知，一个人是无法单独过桥的，因为当人走到桥中间时，跨中的弯矩为  $800 \text{ N m}$ ，超过了独木桥的承载能力。要顺利过桥，需要两人配合，弯矩图如图 2 所示。

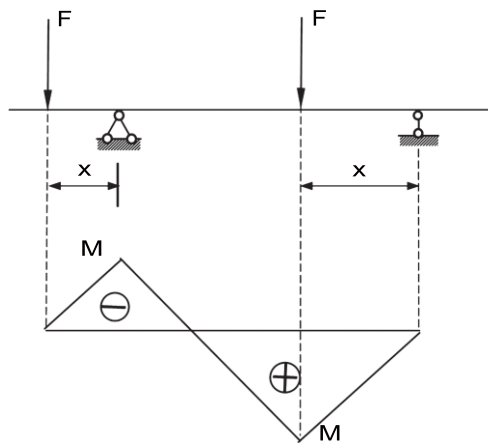


图 2 外伸梁弯矩图

假设其中一人站在桥外侧  $x_1$  处，另一人站在桥内侧距离右支座  $x_2$  处，通过简单计算得到桥上的最大正负弯矩为：

$$M_2 = \frac{Fx_2}{4}(4 - x_1 - x_2), \quad M_1 = Fx_1$$

由  $M_1 \leq [M]$ , 得

$$x_1 \leq 0.75 \text{ m}$$

由  $M_2 \leq [M]$ , 得  $x_2^2 - (4 - x_1)x_2 + 3 \geq 0$ , 即

$$4 - x_1 \leq x_2 + \frac{3}{x_2}$$

设  $f(x_2) = x_2 + 3/x_2$ , 则  $f(x_2)_{\min} = \sqrt{3}$ ;

由  $4 - x_1 \leq f(x_2)_{\min}$ , 得  $x_1 \geq 0.536 \text{ m}$ 。

结论: 一人站在桥外侧0.536 m 到0.75 m 之间, 另一人可以安全过桥。

通过本案例, 可以使学生们清楚, 正确列出梁各段的弯矩方程并算出最大弯矩值是材料力学强度分析的关键点。