第13章 压杆稳定

§13.2 两端铰支细长压杆的临界压力

目录

CONTENTS

1 两端铰支细长压杆的临界压力推导

2 讨论分析

3 矩形截面的细长压杆的失稳

1. 两端铰支细长压杆的临界压力推导

如图：两端铰支杆受压力F作用

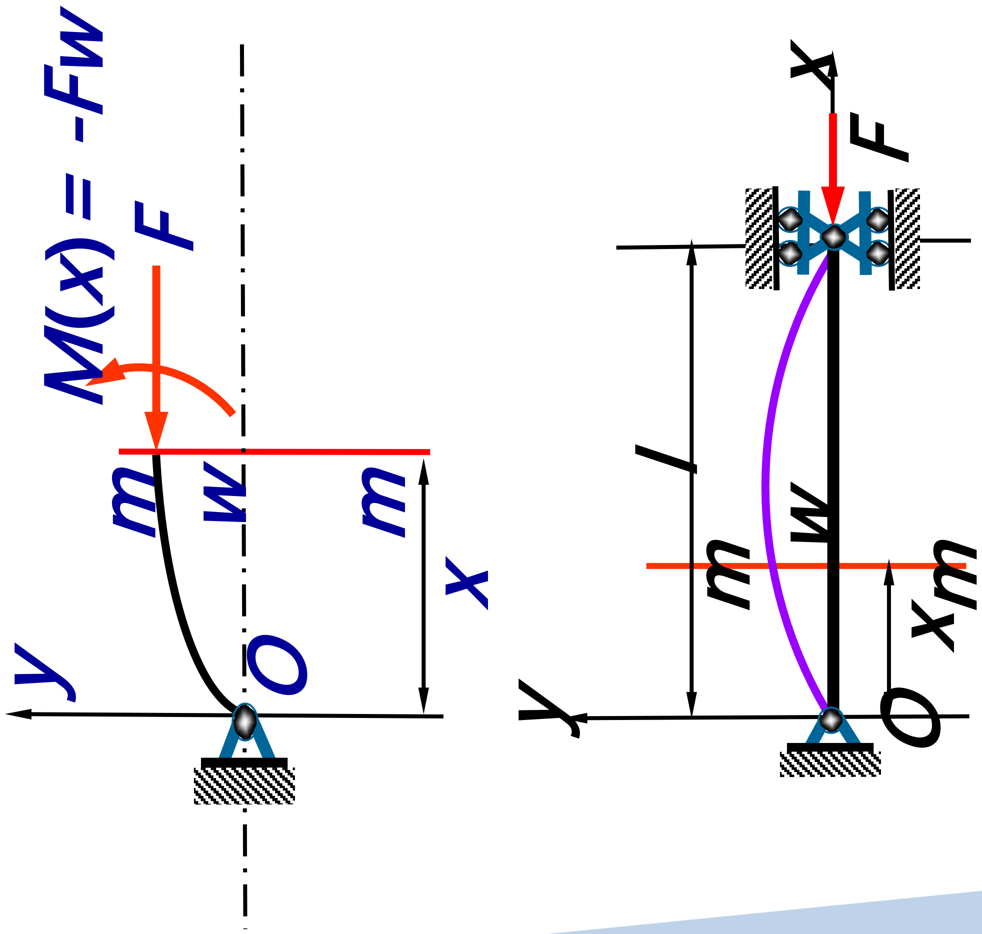
假设：压杆在微弯平衡状态，即压杆处于平衡稳定和不稳定平衡之间的临界状态。

研究微弯平衡状态

***x*处截面的弯矩**

$$\sum M = 0 \quad M + Fw = 0$$

$$M = -Fw$$



1. 推导两端铰支细长压杆的临界压力

已知: $M = -Fw$

代入挠曲线近似微分方程

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{-Fw}{EI}$$

即 $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\boxed{\frac{F}{EI}}w$$

记 $$k^2 = \frac{F}{EI}$$

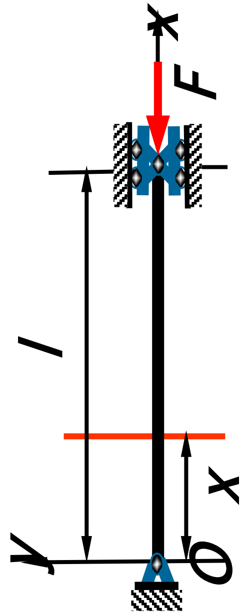
$$\frac{d^2w}{dx^2} + k^2 w = 0$$

通解: $w = A\sin kx + B\cos kx$

***A*、*B*为积分常数，待定**

边界条件： **(1) *x = 0* 时，*w = 0*** **得** $B = 0$

$w = A\sin kx$



1. 推导两端铰支细长压杆的临界压力

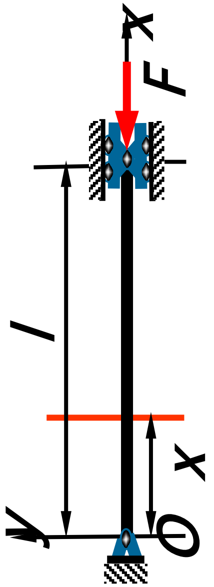
$$B=0, w=A\sin kx$$

(2) $x=l$ 时，$w=0$

$$A\sin kl=0$$

若 $A=0$ ，则 $w\equiv 0$
故A不能为零，必有 $\sin kl=0$

$$kl=n\pi \quad (n=0,1,2,\cdots) \quad k=\frac{n\pi}{l}$$



$$k^2=\frac{F}{EI}=(\frac{n\pi}{l})^2 \text{ 得 } F=\frac{n^2\pi^2EI}{l^2}$$

取$n=1$ 压力为最小。

两端铰支压杆的临界压力:

$$\boxed{F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l^2}}$$ ——欧拉公式

2. 讨论分析

1）两端铰支压杆的临界压力 $\boxed{F_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{l^2}}$

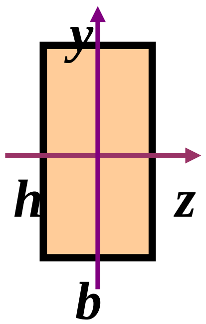
2）弯曲曲线公式 $w = A\sin\dfrac{\pi}{l}x$ ，半个正弦波曲线。

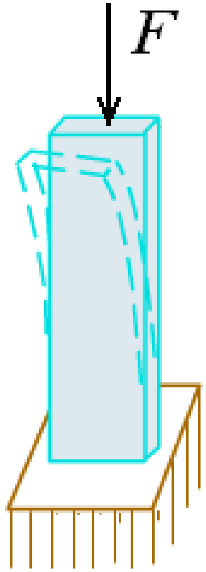
3）几点说明：

- 只适用于线弹性下两端铰支的理想压杆。
- A数值不能确定。
- I-各个方向约束情况相同时，应该取最小的形心主惯性矩。

3．矩形截面的细长压杆失稳

举例：矩形截面在哪个平面内失稳？（绕哪个轴转动）





$$I_z = \frac{1}{12}bh^3 \quad I_y = \frac{1}{12}hb^3 \quad \because h \succ b \quad \therefore I_z \succ I_y \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}$$

所以矩形截面压杆首先在*xz*平面内失稳弯曲（即绕 *y* 轴转动）.