

第13章 压杆稳定

§ 13-4 欧拉公式的适用范围 经验公式

目录

CONTENTS

- 1 欧拉公式的另外一种形式
- 2 欧拉公式的适用范围
- 3 经验公式
- 4 压杆分类

1、欧拉公式的另外一种形式

临界压力：
$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$$

临界应力：
$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2 A}$$

惯性矩：
$$I = i^2 A$$
 i — 惯性半径

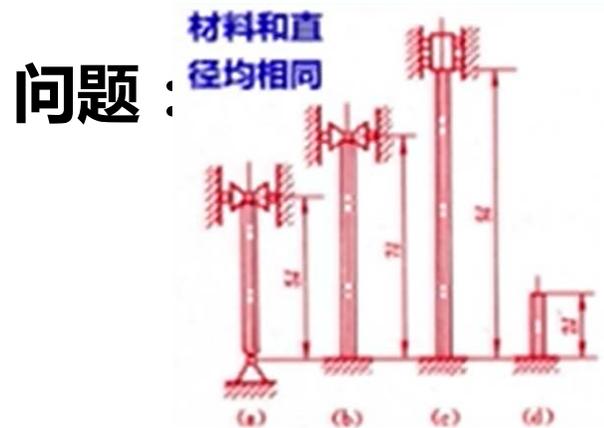
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E i^2 A}{(\mu l)^2 A}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} \quad \text{—柔度 (长细比)}$$

柔度 是压杆稳定问题中的一个重要参数，它全面反映了压杆长度、约束条件、截面尺寸和形状对临界应力的影响。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \text{—欧拉公式的另一种形式}$$

2、欧拉公式的使用范围



- (1) 能不能应用欧拉公式计算这里的四根压杆的临界载荷？
- (2) 这里的四根杆是不是都会发生失稳？

- 分析：
- (1) 欧拉公式的推导使用了挠曲线近似微分方程
 - (2) 挠曲线近似微分方程使用条件为：材料服从胡克定律、小变形

结论： 应力不超过比例极限 $\sigma_{cr} \leq \sigma_p$ $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_p$ $\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$

$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$ $\lambda \geq \lambda_1$ λ_1 只与材料的性质有关

3、经验公式

若 $\lambda < \lambda_p$ ，则临界应力 σ_{cr} 大于比例极限 σ_p ，欧拉公式不再适用；
当 $\sigma_{cr} = \sigma_s$ 时，发生强度破坏；处于中间的部分， $\sigma_s \leq \sigma_{cr} \leq \sigma_p$ 时进行直线修正，使用直线经验公式。

经验公式：直线型 $\sigma_{cr} = a - b\lambda$

其中 a 、 b 是与材料性质有关的常数，可查表。

用直线经验公式时， $\sigma_p \leq \sigma_{cr} \leq \sigma_s$

 $\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_1$

直线公式的最小柔度 $\lambda_2 = \frac{a - \sigma_s}{b}$

直线经验公式的适用范围 $\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_1$

当 $\lambda \leq \lambda_2$ 时，就发生强度失效，而不是失稳。

$$\sigma_{cr} = \frac{F}{A}$$

4、压杆分类

可根据柔度将压杆分为三类。不同柔度的压杆，需应用不同的临界应力的公式。

(1) 大柔度杆(细长杆) $\lambda \geq \lambda_1$ $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

(2) 中柔度杆 $\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_1$ $\sigma_{cr} = a - b\lambda$

(3) 小柔度杆(短粗杆) $\lambda \leq \lambda_2$ $\sigma_{cr} = \frac{F}{A}$

