# 附录A　平面图形的几何性质

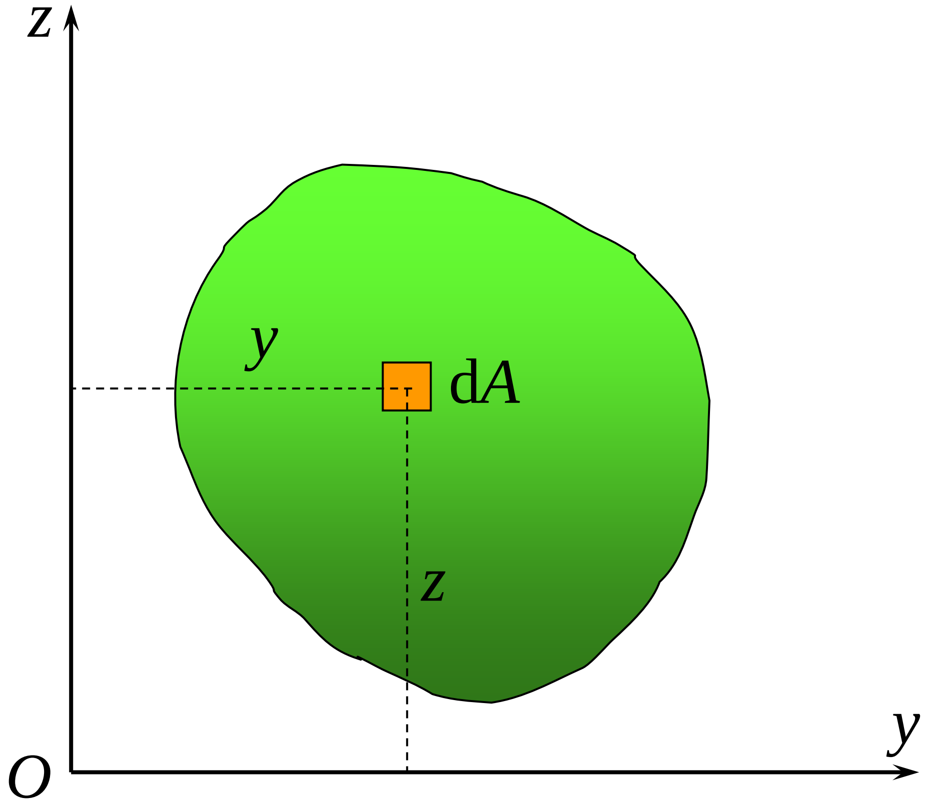
# 目录

CONTENTS

# A-1 静矩和形心

## 一、静矩（又叫**面积矩**，与力矩类似）

**是面积与它到轴的距离之积（一次矩）。**




微面积的静矩

$$\mathrm{d}S_y = z\mathrm{d}A$$

$$\mathrm{d}S_z = y\mathrm{d}A$$

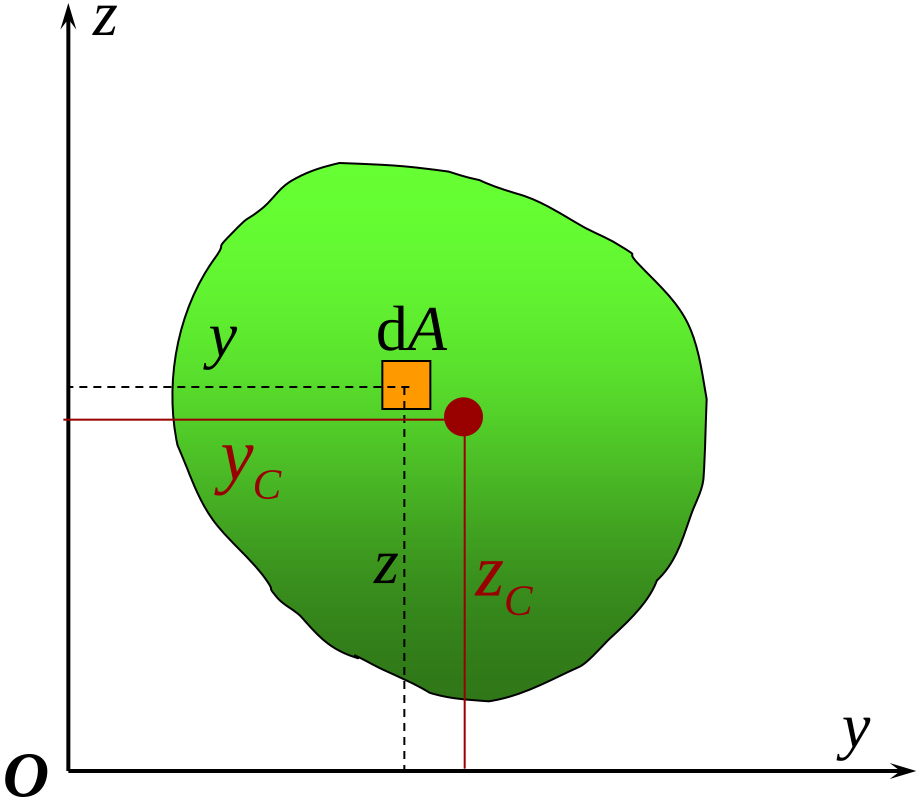
整个面积的静矩

$$S_y = \int_A \mathrm{d}S_y = \int_A z\mathrm{d}A$$

$$S_z = \int_A \mathrm{d}S_z = \int_A y\mathrm{d}A$$

静矩与坐标有关，可能为正，可能为负，也可能为零。

## 二、形心




累加式:
$$\begin{cases} y_C = \dfrac{\sum A_i y_{Ci}}{A} = \dfrac{\int_A y\mathrm{d}A}{A} = \dfrac{S_z}{A} \\ z_C = \dfrac{\sum A_i z_{Ci}}{A} = \dfrac{\int_A z\mathrm{d}A}{A} = \dfrac{S_y}{A} \end{cases}$$

**静矩改写为：** $S_y = Az_C = \sum A_i z_{Ci}$

$$S_z = Ay_C = \sum A_i y_{Ci}$$

**平面图形对 $y$ 轴和 $z$ 轴的静矩，分别等于面积 $A$ 乘以形心的坐标 $z_C$ 和 $y_C$**

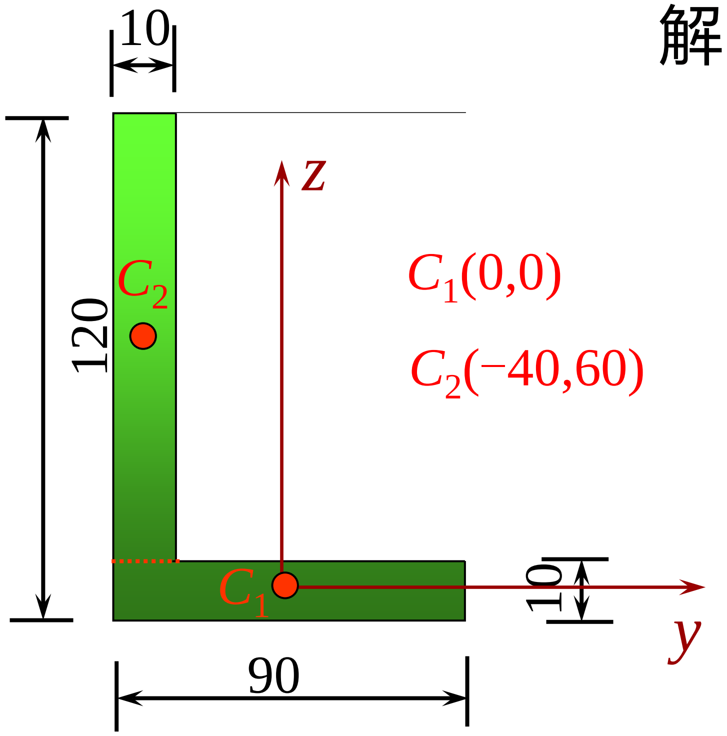
**看成全部面积集中到形心位置**

**若静矩$S_y = 0$，则形心坐标 $z_C = 0$，即形心在 $y$ 轴上（$y$ 通过形心）**

**若静矩同时 $S_y = 0$，$S_z = 0$，则形心坐标 $y_C = 0$，$z_C = 0$，即形心为坐标原点。**

**图形对任一形心轴的静矩必定为零。**

例1  试确定下图的形心位置。




$C_1(0,0)$

$C_2(-40,60)$

解 ：图形分割及坐标如图

$$y_C=\frac{\sum A_i y_{Ci}}{\sum A_i}=\frac{A_1 y_{C_1}+A_2 y_{C_2}}{A_1+A_2}$$

$$=\frac{90\times10\times0+10\times110\times(-40)}{90\times10+10\times110}=-22$$

$$z_C=\frac{\sum A_i z_{Ci}}{\sum A_i}=\frac{A_1 z_{C_1}+A_2 z_{C_2}}{A_1+A_2}=\frac{10\times110\times60}{90\times10+10\times110}=33$$

# 本讲小结

A–1 静矩和形心

A–2 惯性矩、惯性积和惯性半径

A–3 平行移轴公式 组合图形的惯性矩计算