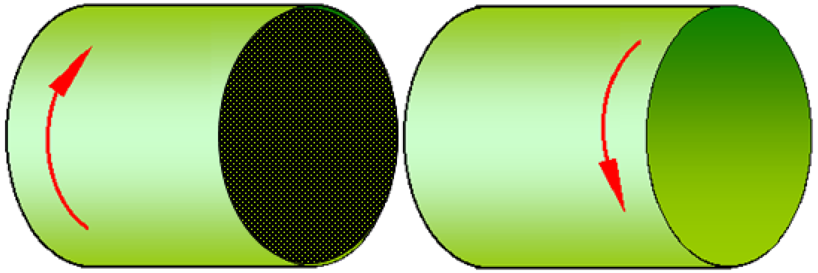
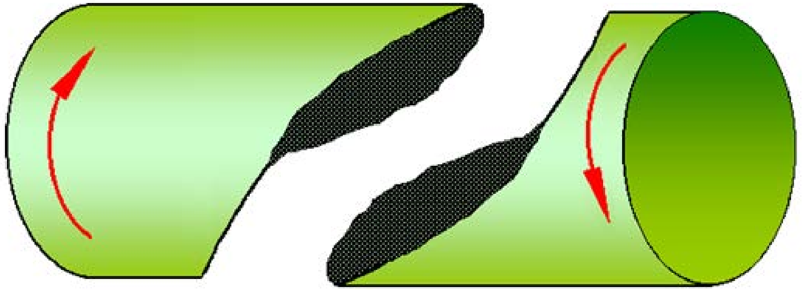
第7章 扭转

§7.5 切应力强度条件

扭转破坏



塑性材料



脆性材料

扭转强度条件

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_t} \le [\tau]$$

$$W_t = \frac{\pi D^3}{16}$$

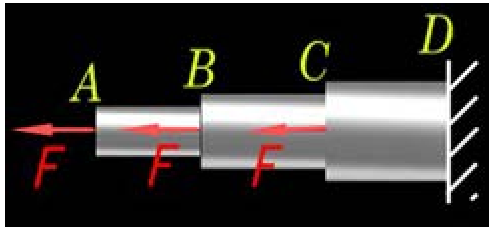
已知 T、和D，$[\tau]$校核强度

已知 T 和$[\tau]$，设计截面

已知 D 和$[\tau]$，确定许可载荷

对于变截面杆，如阶梯轴等，W_t 不是常量，$\tau_{\max}$ 并不一定发生在扭矩为 $T_{\max}$ 的截面处，要综合考虑。

正如拉压情况，变截面杆 $\sigma_{\max}$ 并不一定发生在最大内力位置。

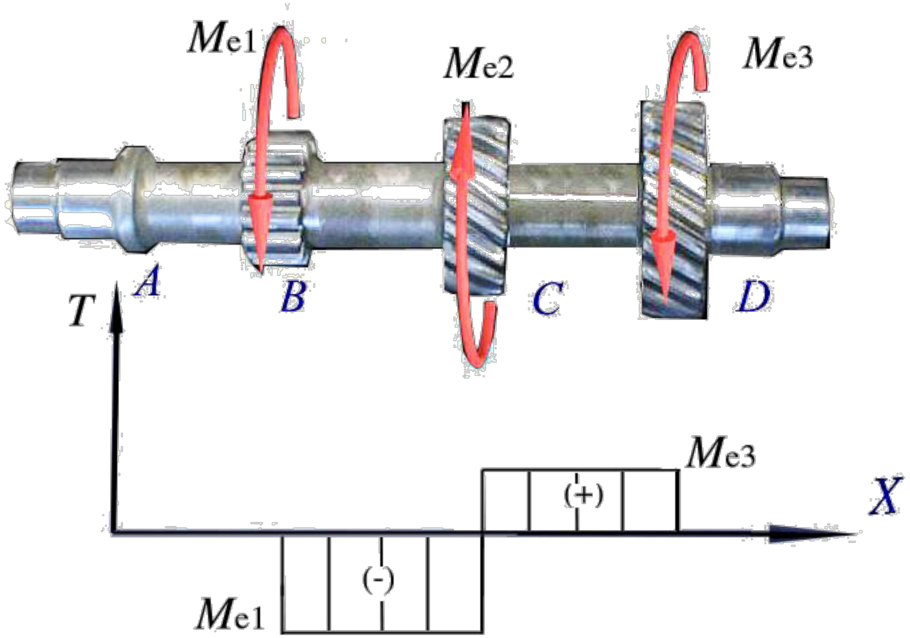


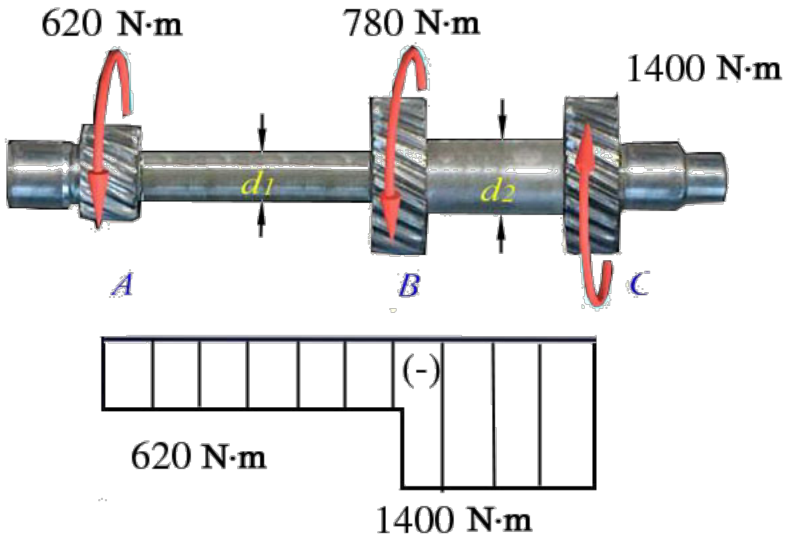
强度条件

$$\tau_{\max} \le [\tau] \quad \text{即} \quad \tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \le [\tau]$$

1. 等截面圆轴:(W_t为常量)

2. 阶梯形圆轴：



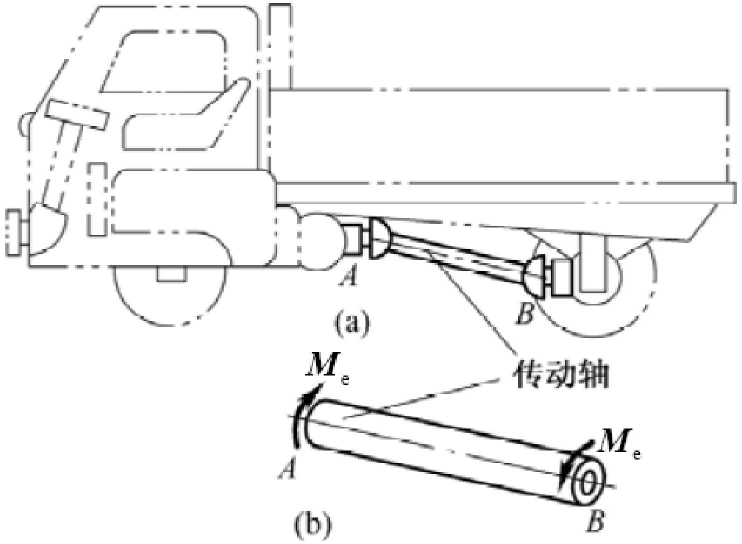


$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_t} \le [\tau]$$

$$\tau_{\max} = \left(\frac{T}{W_t}\right)_{\max} \le [\tau]$$

例1

汽车传动轴，外径 $D=90\text{mm}$，壁厚 $\delta=2.5\text{mm}$，最大扭矩 $T=1.5\ \text{kN}\cdot\text{m}$材料的 $[\tau]=60\text{MPa}$。试校核轴的扭转强度。



解：根据截面尺寸计算抗扭截面系数

$$\alpha=\frac{d}{D}=\frac{90-2\times 2.5}{90}=0.944$$

$$W_t=\frac{\pi D^3}{16}(1-\alpha^4)=\frac{\pi(90\times 10^{-3}\text{m})^3}{16}(1-0.944^4)=2.94\times 10^{-5}\text{m}^3$$

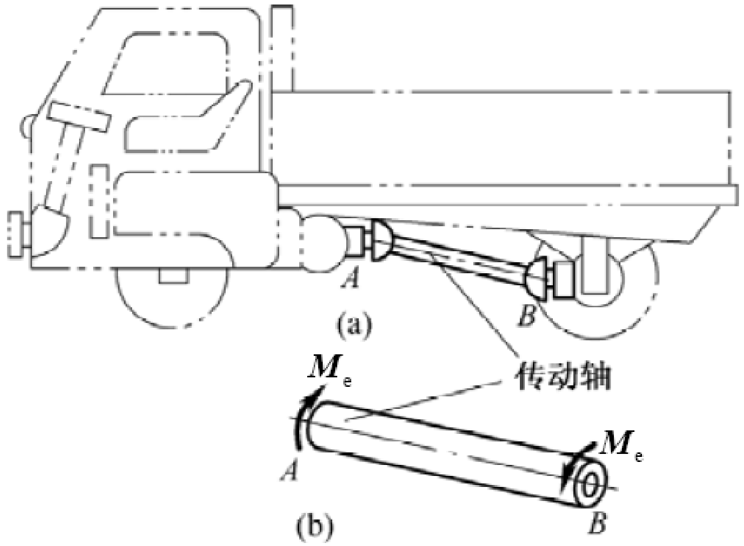
轴的最大切应力为

$$\tau_{\max}=\frac{T}{W_t}=\frac{1.5\times 10^3}{2.94\times 10^{-5}}=51\times 10^6\,\text{Pa}=51\ \text{MPa}<[\tau]$$

传动轴满足扭转强度条件

例2

若将上例的传动轴改为实心轴，要求与原来的空心轴强度相同，试确定其直径，并比较两者的重量。



解：由强度相同，又 $\tau = \dfrac{T}{W_t}$ **，即**

要求抗扭截面系数相等

$$W_{t1} = W_{t2}$$ **（抗扭截面系数相等）**

$$\frac{\pi D_1^3}{16} = \frac{\pi D^3}{16}(1-\alpha^4) \Rightarrow D_1 = 53.1\ \text{mm}$$

比较两者的重量，用两者的截面积比较：

实心截面积 $A_1 = \dfrac{\pi D_1^2}{4}$

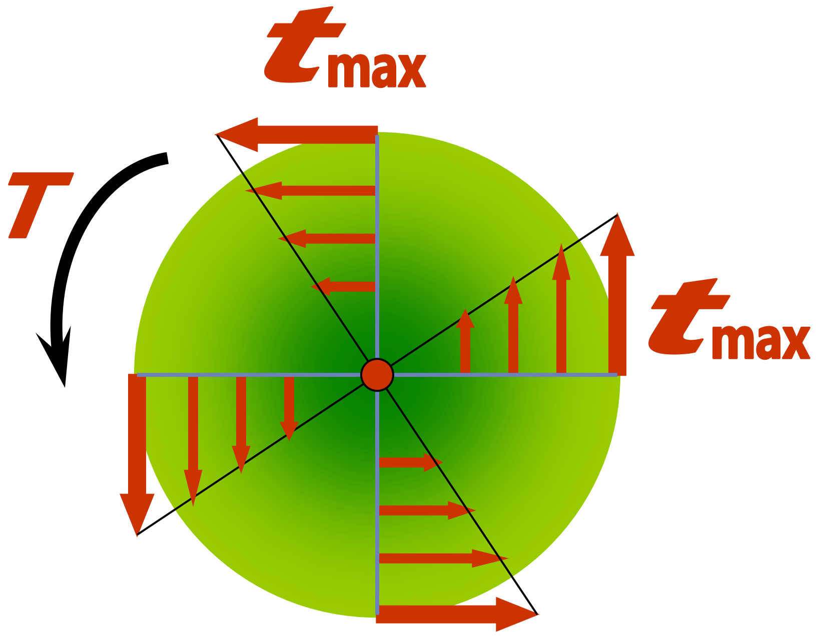
空心截面积 $A_2 = \dfrac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$

重量之比等于截面积之比

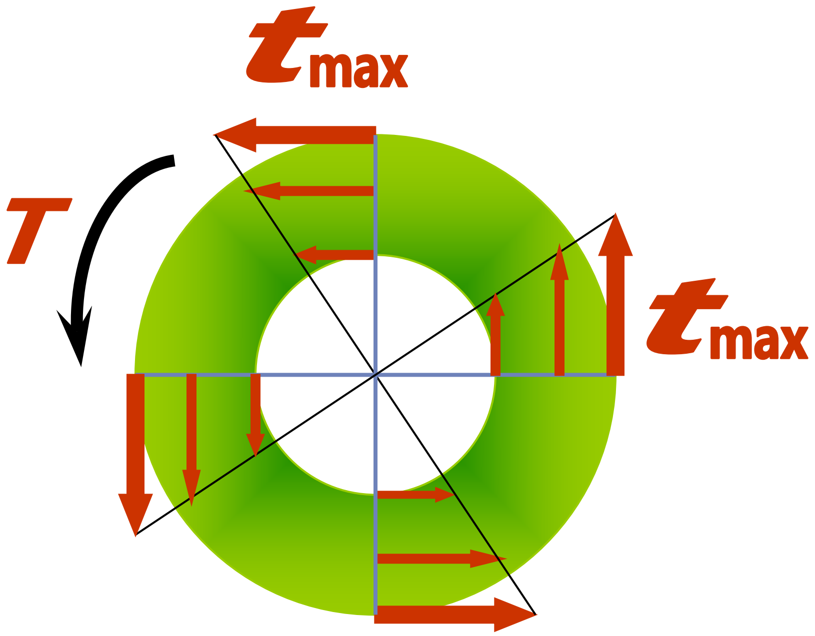
$$\frac{空心}{实心} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{D^2 - d^2}{D_1^2} = \frac{90^2 - 85^2}{53.1^2} = 0.31$$

（减轻重量，节约材料）

切应力分布



（实心截面）



（空心截面）

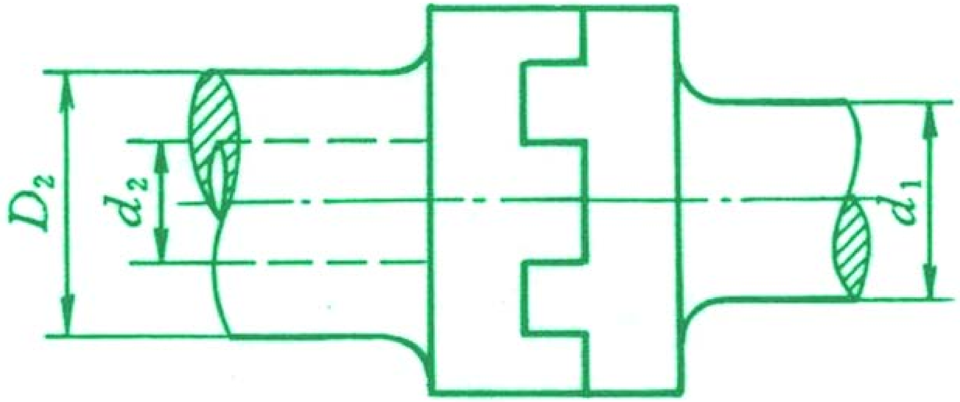
工程上采用空心截面构件：提高强度，节约材料，重量轻，结构轻便，应用广泛。

轴心附近应力小，材料没有充分发挥作用（大材小用），将轴心附近材料向边缘移置。

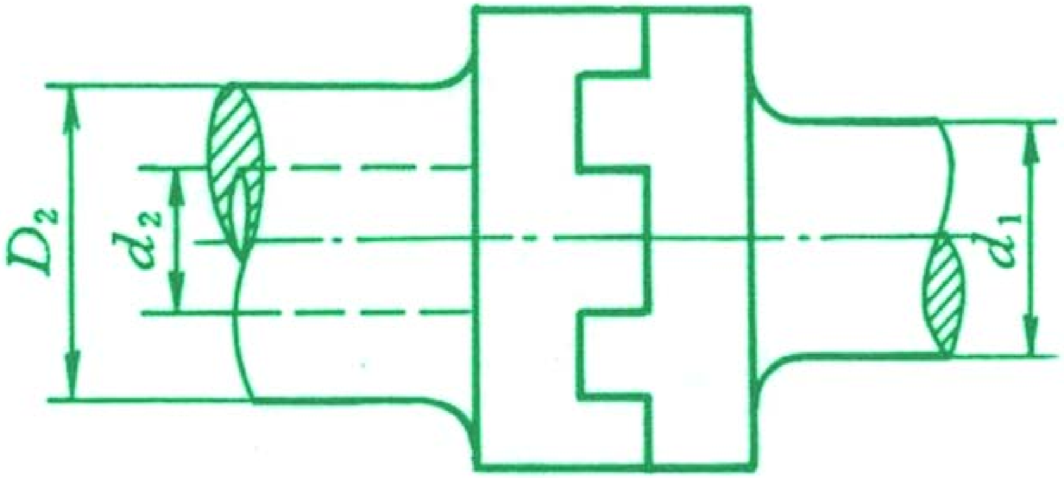
例3

已知：P = 7.5 kW，n = 100 r/min，最大切应力不得超过40 MPa，空心圆轴的内外直径之比 α = 0.5。

求: 实心轴的直径 d_1 和空心轴的外直径 D_2。



解：首先由轴所传递的功率计算作用在轴上的扭矩



$$M_e = T = 9549\times\frac{P}{n}$$

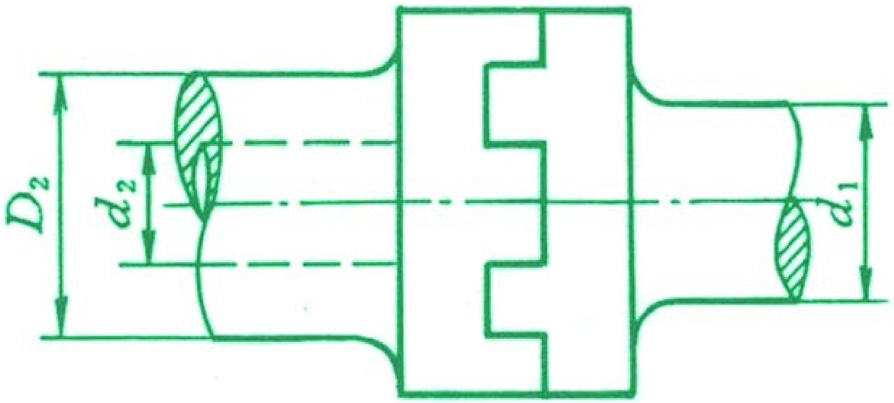
$$= 9549\times\frac{7.5}{100} = 716.2\ \mathrm{N\cdot m}$$

实心轴： $$\tau_{\max 1} = \frac{T}{W_{t1}} = \frac{16T}{\pi d_1^3} \le [\tau]$$

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16\times 716.2}{\pi\times 40\times 10^6}} = 0.045\ \mathrm{m} = 45\ \mathrm{mm}$$

空心轴：

$$\tau_{\max 2}=\frac{T}{W_{t2}}=\frac{16T}{\pi D_2^3(1-\alpha^4)}\le[\tau]$$



$$D_2\ge\sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau](1-\alpha^4)}}=\sqrt[3]{\frac{16\times716.2}{\pi\times40\times10^6\times(1-0.5^4)}}=0.046\text{m}=46\text{mm}$$

$$d_2=0.5D_2=23\text{mm}$$

两轴的横截面面积之比为：

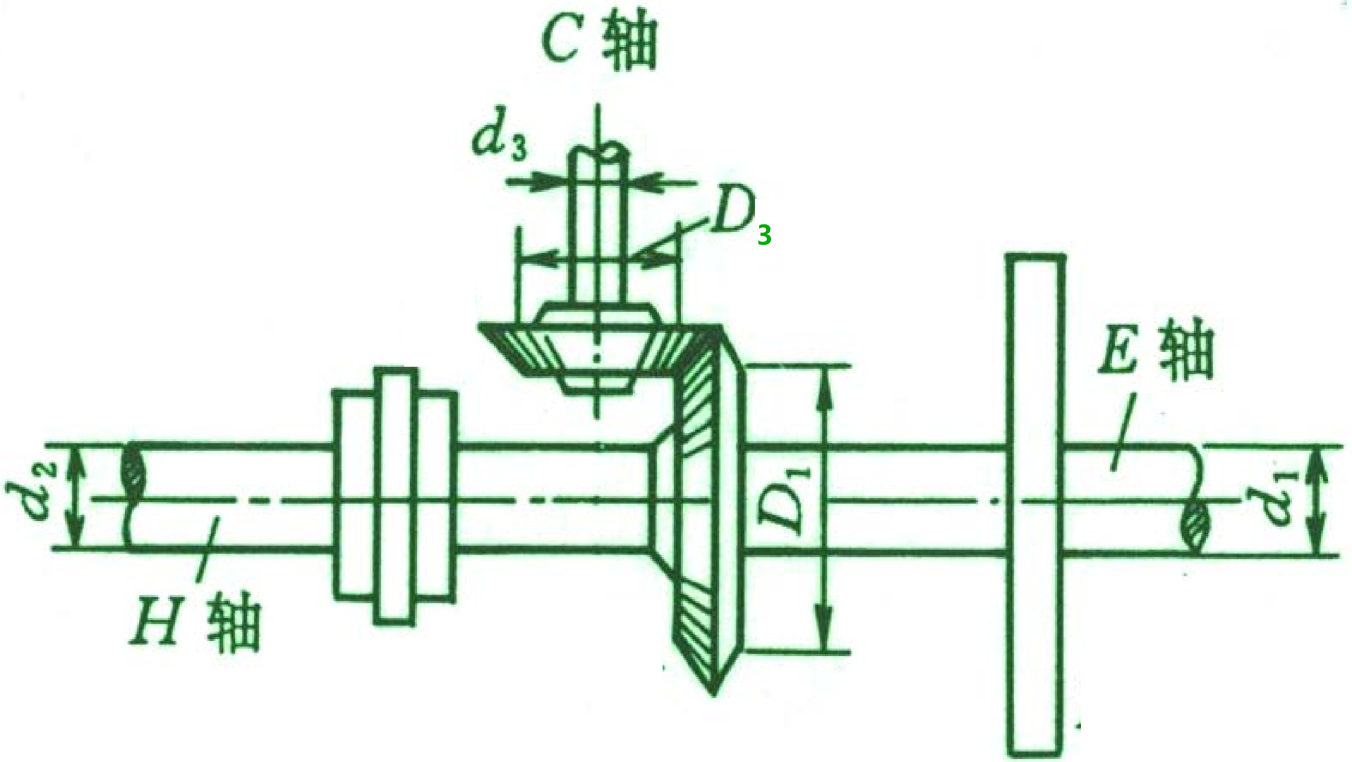
$$\frac{A_2}{A_1}=\frac{D_2^2-d_2^2}{d_1^2}=\frac{46^2-23^2}{45^2}=0.783$$

例4

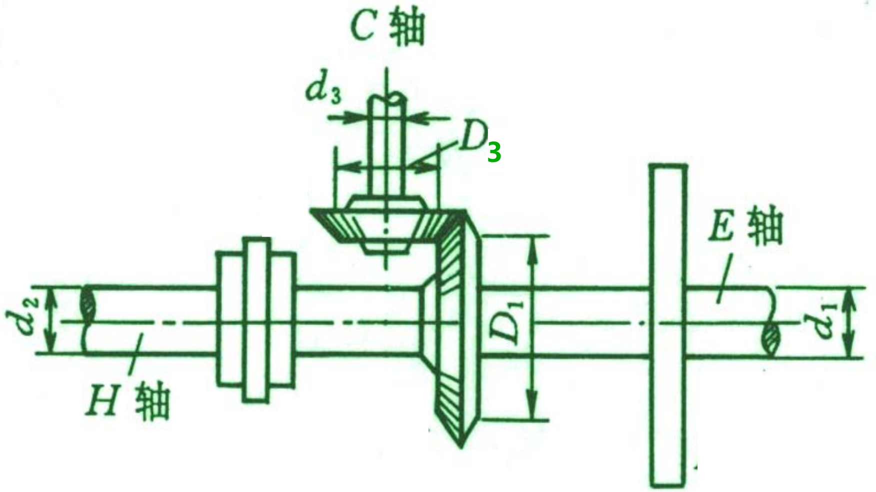
已知：E 轴转速 $n = 120$ r/min，E 轴输入功率 $P = 44.13$ kW，功率一半传给垂直方向的 C 轴，另一半由水平方向的 H 轴输出。

$D_1 = 600$ mm，$D_3 = 240$ mm，$d_1 = 100$ mm， $d_2 = 80$ mm，

$d_3 = 60$ mm，$[\tau] = 20$ MPa。试对 C、E、H 轴进行强度校核。



解：①计算各轴的功率与转速



$$P_2 = P_3 = \frac{1}{2}P = 22.065\ \text{kW}$$

$$n_2 = n = 120\ \text{r/min}$$

传动比 $$i_{13} = \frac{D_1}{D_3} = \frac{600}{240} = 2.5$$

$$n_3 = i_{13} \cdot n = 2.5 \times 120 = 300\ \text{r/min}$$

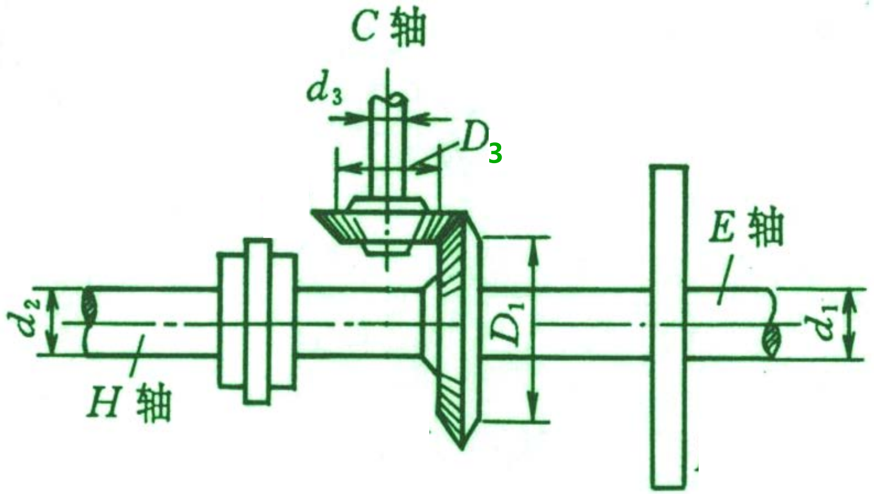
②计算各轴的扭矩

***E*轴** $$T_1 = M_1 = 9549\frac{P}{n} = 9549 \times \frac{44.13}{120} = 3512\ \text{N} \cdot \text{m}$$

***H*轴** $$T_2 = M_2 = 9549\frac{P_2}{n_2} = 9549 \times \frac{22.065}{120} = 1756\ \text{N} \cdot \text{m}$$

***C*轴** $$T_3 = M_3 = 9549\frac{P_3}{n_3} = 9549 \times \frac{22.065}{300} = 702\ \text{N} \cdot \text{m}$$

③计算各轴的横截面上的抗扭截面系数

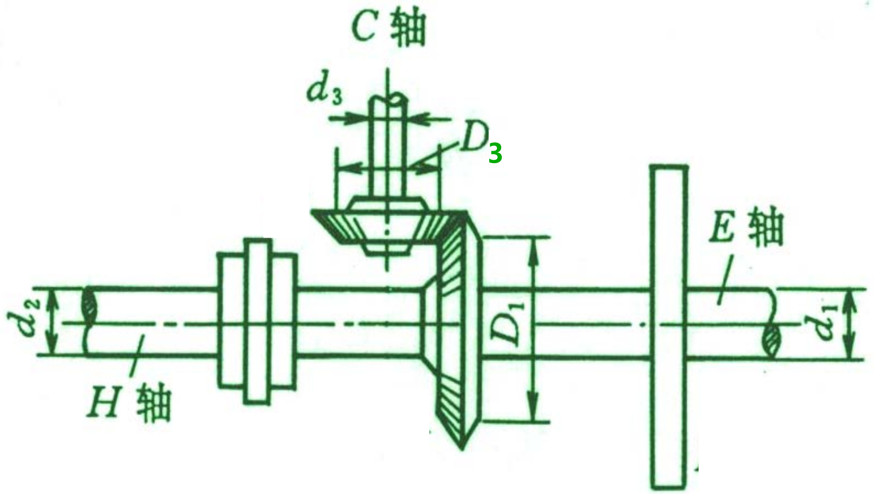


E 轴 $$W_{t1}=\frac{\pi d_1^3}{16}=\frac{\pi(100\times10^{-3})^3}{16}=1.963\times10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$

H 轴 $$W_{t2}=\frac{\pi d_2^3}{16}=\frac{\pi(80\times10^{-3})^3}{16}=1.005\times10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$

C 轴 $$W_{t3}=\frac{\pi d_3^3}{16}=\frac{\pi(60\times10^{-3})^3}{16}=4.241\times10^{-5}\ \mathrm{m}^3$$

④计算各轴的横截面上的最大切应力



E 轴 $\tau_{\max}(E)=\dfrac{T_1}{W_{t1}}=\dfrac{3512}{1.963\times10^{-4}}=17.89\ \text{MPa}<[\tau]=20\ \text{MPa}$

H 轴 $\tau_{\max}(H)=\dfrac{T_2}{W_{t2}}=\dfrac{1756}{1.005\times10^{-4}}=17.47\ \text{MPa}<[\tau]=20\ \text{MPa}$

C 轴 $\tau_{\max}(C)=\dfrac{T_3}{W_{t3}}=\dfrac{702}{4.241\times10^{-5}}=16.55\ \text{MPa}<[\tau]=20\ \text{MPa}$

各轴均满足强度条件