

第4章 平面一般力系

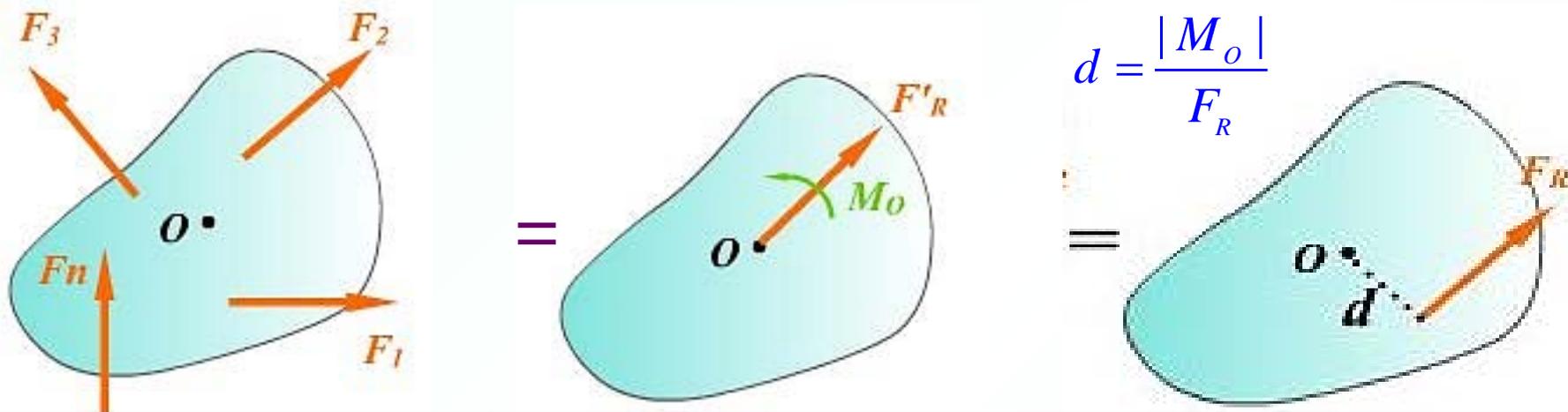
4.3 简化结果分析

目录

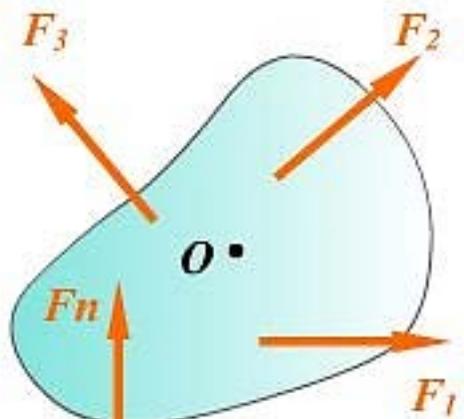
CONTENTS

- 4.1 力的平移定理
- 4.2 平面一般力系向作用面内一点简化
- 4.3 简化结果分析
- 4.4 平面一般力系的平衡条件及平衡方程
- 4.5 物体系统的平衡
- 4.6* 平面桁架的内力计算
- 4.7* 考虑摩擦时的平衡问题

4.3 简化结果分析

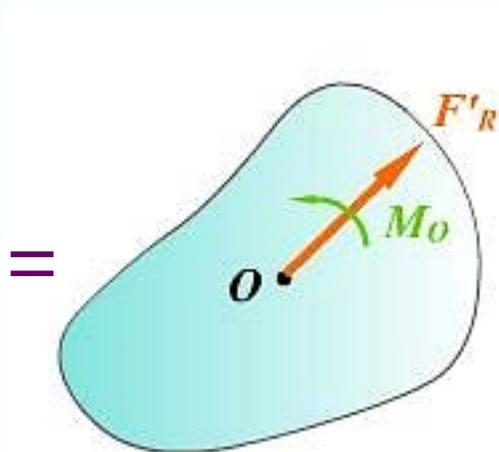
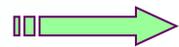


| 主矢 | 主矩 | 最后结果 | 说明 |
|---------------------|--------------|------|-------------------------------------|
| $\vec{F}'_R \neq 0$ | $M_o = 0$ | 合力 | 合力作用线过简化中心 |
| | $M_o \neq 0$ | 合力 | 合力作用线距简化中心 $d = \frac{ M_o }{F'_R}$ |
| $\vec{F}'_R = 0$ | $M_o \neq 0$ | 合力偶 | 与简化中心的位置无关 |
| | $M_o = 0$ | 平衡 | 与简化中心的位置无关 |



其中第二种情况：

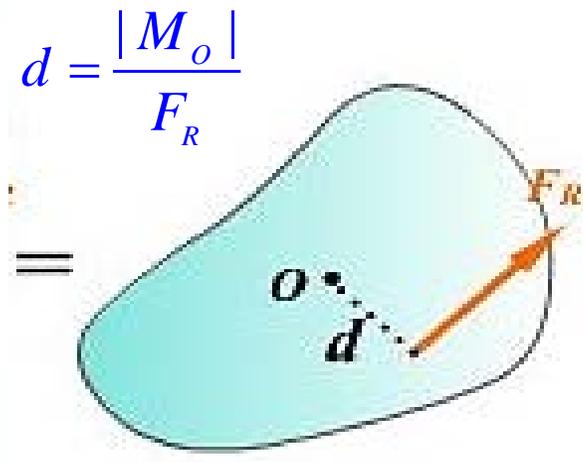
$$\vec{F}'_R \neq 0, M_O \neq 0$$



合力

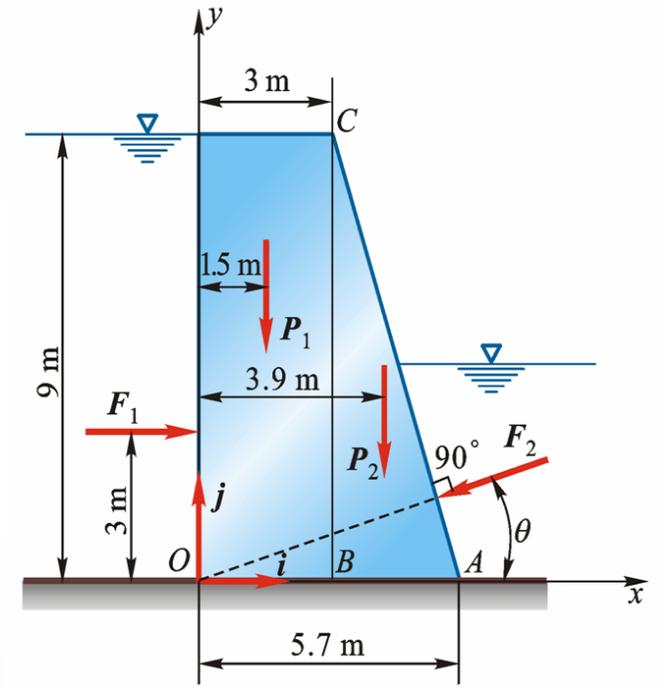
它对O点的矩就是
原力系对O点的矩：

$$M_O(\vec{F}_R) = M_O = \sum M_O(\vec{F}_i)$$



合力矩定理：平面任意力系的合力对作用面内任一点的矩等于力系中各力对同一点的矩的代数和。

例4.3a 已知： $P_1=450\text{kN}$ ， $P_2=200\text{kN}$ ，
 $F_1=300\text{kN}$ ， $F_2=70\text{kN}$ 。求：
 (1)力系向点 O 简化的结果，
 (2)合力作用线位置。



解：(1)向O点简化，求主矢和主矩。

$$\theta = \angle ACB = \arctan \frac{AB}{BC} = 16.7^\circ$$

$$F'_{Rx} = \sum F_{ix} = F_1 - F_2 \cos \theta = 232.9 \text{ kN}$$

$$F'_{Ry} = \sum F_{iy} = -P_1 - P_2 - F \sin \theta = -670.1 \text{ kN}$$

主矢大小 $F'_R = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2} = 709.4 \text{ kN}$

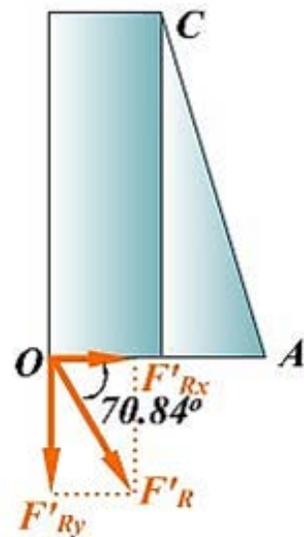
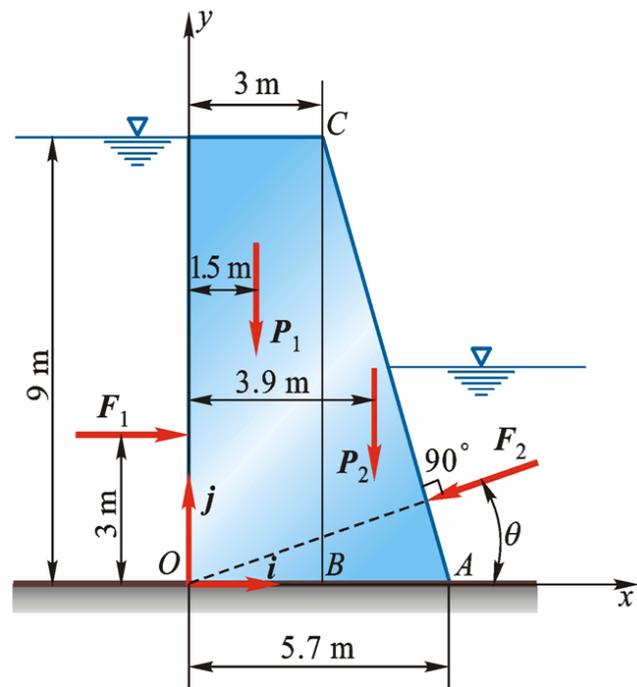
方向余弦 $\cos(\vec{F}'_R, \vec{i}) = \frac{\sum F_{ix}}{F'_R} = 0.3283$

$$\cos(\vec{F}'_R, \vec{j}) = \frac{\sum F_{iy}}{F'_R} = -0.9446$$

$$\therefore \angle(\vec{F}'_R, \vec{i}) = -70.84^\circ$$

主矢在第4象限，与x轴夹角-70.84°

主矩 $M_o = \sum M_o(\vec{F}_i) = -3F_1 - 1.5P_1 - 3.9P_2 = -2355 \text{ kN} \cdot \text{m}$

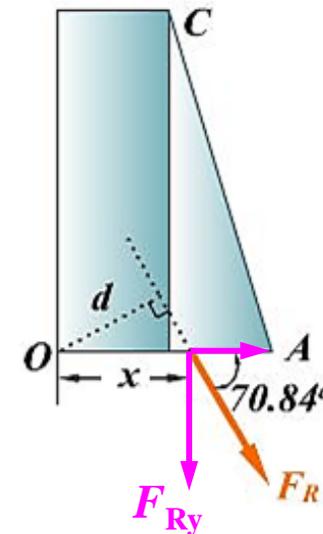
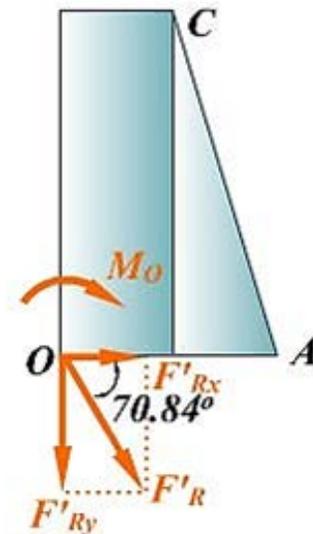


(2)求合力及其作用线位置。

$$d = \frac{|M_o|}{F'_R} = \frac{2355}{709.4} = 3.3197\text{m}$$

$$x = \frac{d}{\sin 70.84^\circ} = 3.514\text{m}$$

或：
$$x = \frac{|M_o|}{F_{Ry}} = \dots$$



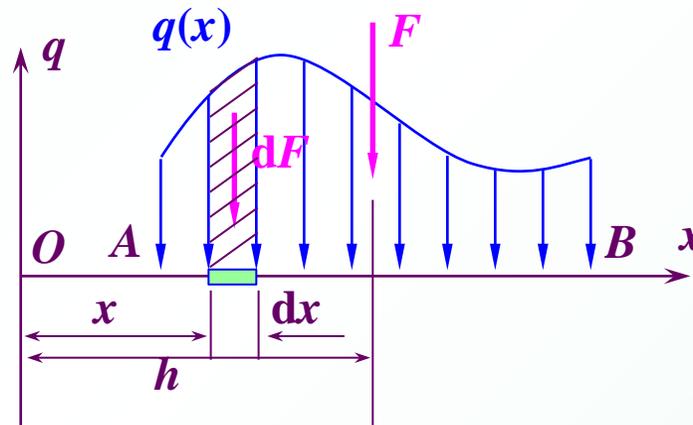
例4.3b 分布载荷的合力及作用线位置。

解：取微元如图

$$dF = q(x)dx$$

$$F = \int_A^B dF = \int_A^B q(x)dx$$

分布载荷图的面积



由合力矩定理

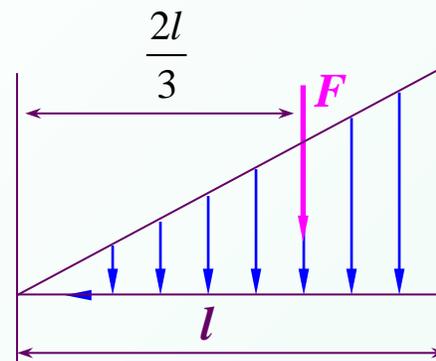
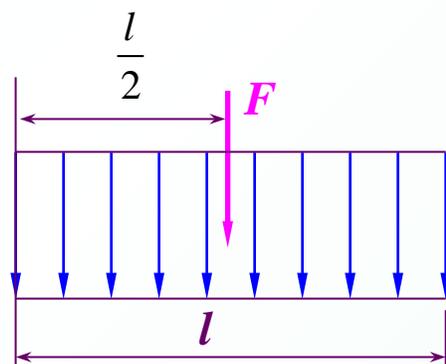
$$dM = dF \cdot x$$

$$F \cdot h = \int_A^B dM = \int_A^B q(x)x dx$$

得
$$h = \frac{\int_A^B q(x)x dx}{F} = \frac{\int_A^B q(x)x dx}{\int_A^B q(x) dx}$$

分布载荷图的形心

特例



目录

CONTENTS

4.1 力的平移定理

4.2 平面一般力系向作用面内一点简化

4.3 简化结果分析

 √ 本节结束

4.4 平面一般力系的平衡条件及平衡方程

4.5 物体系统的平衡

4.6* 平面桁架的内力计算

4.7* 考虑摩擦时的平衡问题